

知覚学習による分数の心的表象の精度向上¹

鵜 沼 秀 行*・長谷川 桐**・Philip J. Kellman***

Perceptual Learning Facilitates Precise Mental Representations of Fractions

Hideyuki UNUMA, Hisa HASEGAWA, Philip J. KELLMAN

Abstract

Effects of perceptual learning on magnitude judgments regarding fractions were investigated. The perceptual learning software package, Perceptual Learning Module (PLM), was used to present learners with short learning trials. Learners' task was to map the magnitude of target fractions indicated in numerical figures to corresponding bar graphs, by selecting one of six choices that included graphs identical to target fractions, without performing calculations, or solving any problems. The PLM provided learners immediate feedback on their performance accuracy. In the control condition, learners were required to select the numerator of a target fraction from among six choices. Three assessments were administered to learners: a pre-test at the beginning of the experiment, an immediate post-test after the learning task for their condition, and a delayed post-test with a delay of one week. To test the gain in learning, learners were required to compare two fractions, a standard and a comparison fraction, and to judge whether the comparison fraction was larger than the standard. Reaction times and accuracy of judgments were assessed. Results indicated that the reaction time decreased as a logarithmic function of the distance between magnitudes of fractions. In the PLM condition, the fit of the logarithmic function in the immediate and delayed post-tests were better than the fit in the pre-test, whereas in the control condition, the two post-tests functions did not have a better fit than those in the pre-test. These results suggest that the magnitudes of fractions are perceptually represented as analog representations on a mental number line, and that the PLM procedure facilitates the fluency of transforming numerical figure to the mental number line.

Key Words: perceptual learning, fractions, mental number line, distance effects

*教授 知覚・認知心理学

**非常勤講師

***カリフォルニア大学

近年、知覚学習についての研究の理論的な進展 (e.g., Ahissar & Hochstein, 2004; Kellman & Garrigan, 2009; Petrov, Doshier, & Lu, 2005; Sagi & Tanne, 1994) にともなって、実践的な場面や課題において知覚学習を促進させる具体的な試みが報告されつつある (Kellman, Massey, Roth, Burke, Zucker, Saw, Aguero, & Wise, 2008; Thai, Metter, & Kellman, 2011; Unuma, Hasegawa, & Kellman, 2012)。本研究は、数字を視覚的に認知する際の学習的变化を取り上げて、数字の知覚学習を促進する具体的な学習手続きを実験的に検証する。

数学の学習における知覚的側面の検討は、数式やグラフの知覚とそれらの間のマッピング、数式の変形 (Kellman, Massey, & Son, 2010)、割合の推論と理解 (Kellman, et al., 2008) などの課題で行われてきた。一連の実験が明らかにしてきたことは、数学的な課題の解決がその課題の固有の概念的知識や、数式などの操作についての手続き的知識に加えて、課題に用いられる視覚的材料の構造をどのように知覚するかという情報の抽出、符号化の過程に大きく依存しているということである (Kellman & Massey, 2013)。本稿では、数字、特に分数を材料として、推論によるそれらの大小判断が知覚的表象の形成と変換に規定されること、そしてその表象の精度が知覚学習によって促進されることを実験によって検証する。

自然数および分数の知覚と空間的表象への変換

これまで、数字を用いたさまざまな課題において、数の量的な程度が空間的な表象へと心的に変換されることが示されてきた。たとえば、2つの自然数の大小判断において、その判断に要する反応時間は、2つの自然数の大きさの差の対数に比例して減少することが知られている (e.g., Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004; Geary, 2005)。これは、自然数が視覚的・空間的表象へと変換され、その表象内で比較されるため、空間的な距離に比例して比較判断が容易になり、反応時間が減少すると考えられている (距離効果, distance effect) (Ansari, 2008; Izard & Dehaene, 2008; Stoianov, Kramer, Umiltà, & Zorzi, 2008)。距離効果は、自然数の心的表象が空間的表現をとることを示唆しており、このような数の表象は心的数線 (mental number line) と呼ばれる (Dehaene, Dupoux, & Mehler, 1990; Izard & Dehaene, 2008)。

近年、自然数ばかりではなく分数も空間的・量的な表象を形成し、心的数線の上で大小判断が行われることが指摘されてきた。この主張は、分数の大小判断においても距離効果が観察されたことを根拠にしている (Schneider & Siegler, 2010; Siegler, Thompson, & Schneider, 2011)。分数の知覚が量的な表象を形成すると仮定する観点からは、分子と分母の比率が直接に情報として抽出され知覚されるという立場である (全体モデル)。これに対して、分数の知覚ではしばしば分子と分母が別々に符号化され (要素モデル) (Bonato, Fabbri, Umiltà, & Zorzi,

2007), そのことによる量的判断の誤り(整数バイアス)(Gelman, 1991)が主張されてきた。このように、分数の知覚については、必ずしも分数全体の量的な表象が形成されるとする全体モデルが妥当であるかどうかは十分に検討されていない。そこで、本研究は分数の知覚における全体モデル、すなわち、量的な表象への変換と心的数線を用いた判断を仮定する距離効果の検証を目的のひとつとする。

比率の知覚学習

本実験はさらに、比率の表現である分数の理解と判断が、視覚的・空間的表現への変換の反復によって促進されること、すなわち知覚学習によって分数の判断が向上することを検証することを第二の目的とする。命題で表現された比率に関しては、すでに、Kellman, et al., (2008)が、視覚的・空間的表現への変換を繰り返すことによって比率の命題表現の理解が促進されることを示した。例えば、“20 dollars is $1/5$ of how many dollars?”という命題に対して、視覚的に物差しを複数提示して、その中から正しい物差しを選ばせた(マッピング)。このような分類判断を多くの事例について反復試行することで、命題表現に対する正答率が上昇し、反応時間も短縮した。本実験は、数式という分数によって表現された比率の大小関係の判断という課題においても、視覚的な表現への変換の反復が理解を促進し得ることを示す。さらに、分数の大関係の判断の学習が、視覚的な表象である心的数線の精度の向上に規定されることを示す。

本実験における仮説は、分数の数式表現と図表現のマッピング課題が分数の表象の精度を上昇させ、分数の大小比較における距離効果を促進する、というものである。分数の知覚的表象は、自然数と同様に空間的な表象へ変換されて、大小判断では距離効果が指摘された(Schneider & Siegler, 2010)。一方、比率の文章表現と図表現のマッピングは、上述したように命題の理解を促進することすでに報告されてきた(Kellman, et al., 2010)。したがって、本実験では、分数式の知覚においても、分数式とその図示された表現とのマッピングが分数の空間的表象の精度を上昇させ、その結果大小判断における距離効果が観察されることを予測する。

実験では、知覚学習条件と統制条件の2つ介入条件を設定し、無作為に学習者を配分して介入の効果を比較する。介入時期の前後において、介入における課題とは異なる課題を用いたテストを行う(事前・事後テスト計画)。テストでは複数の分数の大小判断を課題とし、反応時間を従属変数として距離効果を検討する。具体的な予測は、知覚学習条件では統制条件よりも、分数の大小比較比較の反応時間が分数の距離の対数に回帰する(決定係数が大きい)であろう、というものである。

方 法

実験参加者 大学生（女子）28名が、授業の課題の一部として実験に参加した。参加者は、無作為に実験群と統制群（後述）に配分された。いずれも、実験の目的については知らされていなかったが、実験がすべて終了した後に、実験の内容について解説を受けた。

実験計画 2要因の混合計画であり、等価2群、事前事後テスト計画が用いられた。被験者間要因は知覚学習手続きの有無であり、実験群では以下に述べる知覚学習手続きが用いられ、統制群では知覚学習が期待されない手続きが用いられた。被験者内要因はテスト時期であり、事前テスト、直後テスト、遅延事後テストの3水準が設定された。すなわち、実験条件、統制条件のいずれにおいても、事前テスト、介入操作（実験条件、統制条件のいずれか）、直後テスト、遅延事後テストが実施された。直後テストは介入操作に引き続いて行われ、遅延事後テストは介入操作から1週間後に実施された。

実験材料 介入操作の段階（以下、学習期とよぶ）では、分子、分母ともに1桁の16種の真分数が用いられた（ $1/3, 2/3, 1/4, 2/4, 3/4, 1/6, 2/6, 3/6, 4/6, 5/6, 1/7, 2/7, 3/7, 4/7, 5/7, 6/7$ ）。分数の値の大きさは.14から.86であった。3回のテスト（以下、テスト期とよぶ）では、3つの標準分数（ $31/51, 29/49, 28/47$ ）と43の比較分数が用いられた。テストごとに標準分数と比較分数のセットは変えられた。

装置 分数などの刺激提示と、実験参加者の反応記録、および反応の対するフィードバックの提示には、Windowsで制御されたパーソナルコンピュータが実験参加者1人に対して一台用いられた。液晶モニターの大きさは10インチから15インチであった。参加者はキーボードから選択肢に対応するキーを押して反応した。なお、実験の実施は参加者によって1人から7人の個人あるいは集団で実施された。

手続き 学習期：知覚学習条件では、分数表現（たとえば、 $5/6$ ）が画面上部に提示され、下部に6種の棒グラフが提示された（Fig. 1参照）。実験参加者の課題は、6種の棒グラフから、上部の分数に対応するグラフを選択することであった（6AFC）。学習試行は、16の分数についてランダム順に10回繰り返し、全体で160試行であった。統制条件では、画面上部には知覚学習条件と同様に分数が表示されたが、画面下部には6つ1桁の自然数が提示され、参加者には分数の分子と同じ数字を選択することが求められた（6AFC）。知覚学習条件、統制条件ともに、参加者がキー押しによって反応した後、試行ごとに正解が画面上に示された。

テスト期：3つのテストでは、いずれも同一の課題が実施されたが、刺激となる分数はすべて異なっていた。課題は、最初に標準分数が提示され（2秒）、2秒の間隔とにおいて提示された

$$\frac{5}{6}$$

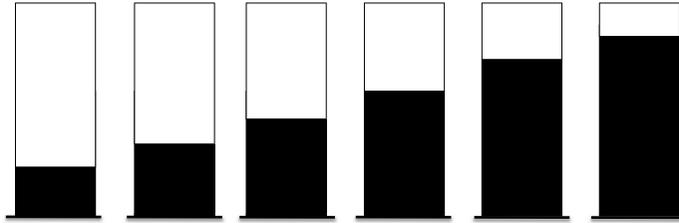


Fig. 1 A display presented in the Perceptual Learning Task: 6AFC.

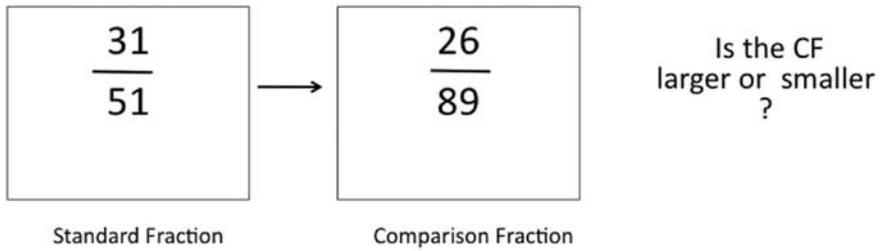


Fig. 2 A display in the Test Phase.

比較分数が、標準分数よりも「大きいか、小さいか」を判断することであった (Fig. 2)。比較分数は被験者が反応キーを押すまで提示され、反応時間が記録された。試行数は事前テストで75試行、直後テストと遅延事後テストで70試行であった。比較分数の数は事前テストでは15、直後と遅延テストでは14であり、同一テスト内ではひとつの比較分数はランダム順に5回繰り返して提示された。

結 果

テスト期の3つのテスト別に、10秒以上を処理からのぞいた反応時間を基準変数、標準分数と比較分数の大きさの差の対数を説明変数とした回帰分析をおこなった (Fig. 3, 4)。Table 1 に回帰係数 b と決定係数 (自由度調整済み決定係数 $Adj R^2$) をテスト別に示す。知覚学習条件では、事前テスト .46 (Fig. 3a) から、直後テスト .61 (Fig. 3b) と遅延事後テスト .55 (Fig. 3c) へと決定係数の値が上昇した。これに対して統制条件では、事前テスト .35 (Fig. 4a), 直後テスト .32 (Fig. 4b), 遅延事後テスト .32 (Fig. 4c) で、決定係数の上昇は見られなかった。

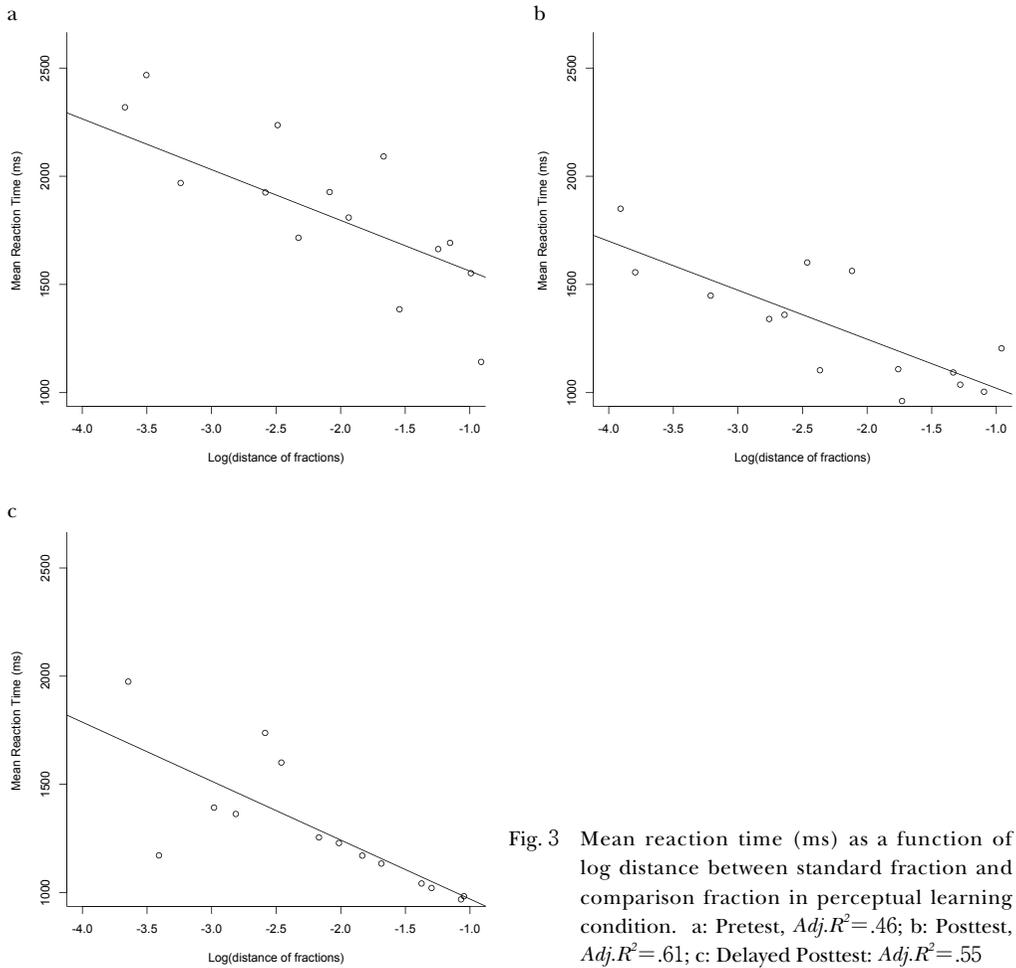


Fig. 3 Mean reaction time (ms) as a function of log distance between standard fraction and comparison fraction in perceptual learning condition. a: Pretest, $Adj.R^2 = .46$; b: Posttest, $Adj.R^2 = .61$; c: Delayed Posttest: $Adj.R^2 = .55$

知覚学習による分数の心的表象の精度向上

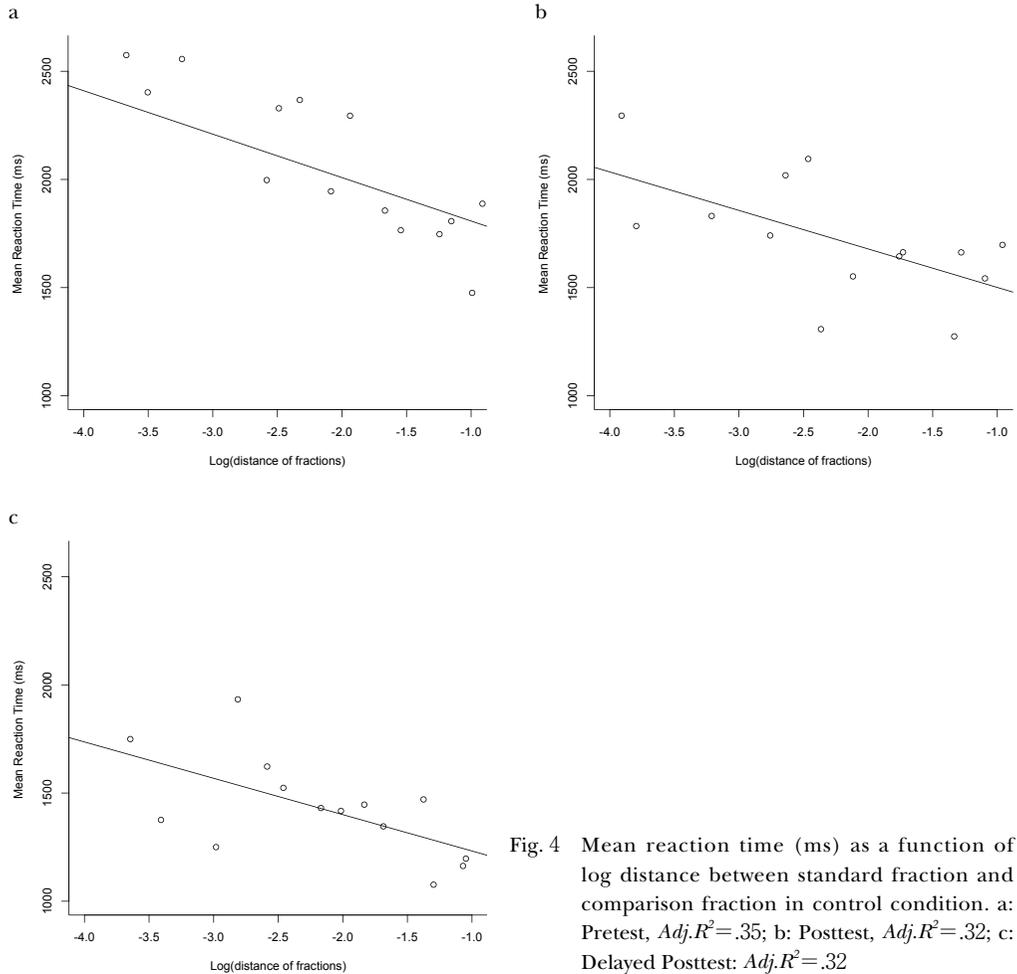


Fig. 4 Mean reaction time (ms) as a function of log distance between standard fraction and comparison fraction in control condition. a: Pretest, $Adj.R^2 = .35$; b: Posttest, $Adj.R^2 = .32$; c: Delayed Posttest: $Adj.R^2 = .32$

Table 2 には、学習期の条件別に、3つのテストにおける平均正答率、平均反応時間が示されている。正答率は、知覚学習条件と統制条件ともに3つのテストにおいて70%から80%で推移した。反応時間は事前テストに比べて、直後テストと遅延事後テストにおいて減少が認められた。しかし、事前テストにおける平均反応時間が知覚学習条件よりも統制条件において低い傾向があったため、両条件における反応時間の減少に差が認められるかは明らかでなかった。

そこで参加者ごとに、事前テストから直後テスト、事前テストから遅延事後テストへの成績の向上（正答率の上昇、反応時間の減少）の程度を算出した。さらに、事前テストの成績によっ

Table 1 Results of the Logarithmic Regressions of Response Time on Numerical Distance

		Pre	Post	Delayed Post
PLM	<i>b</i>	-234.49	-226.48	-272.39
	<i>Adj.R</i> ²	0.4587	0.6066	0.5534
Control	<i>b</i>	-200.78	-177.95	-167.99
	<i>Adj.R</i> ²	0.3542	0.3157	0.3241

Table 2 Results of Mean Correct-response Rates and Reaction Time (ms) in Pre, Post, and Delayed Post Test

		Pre	Post	Delayed Post
Correct Response Rate	PLM	0.78	0.83	0.83
	(SD)	0.17	0.10	0.12
	Control	0.72	0.80	0.76
	(SD)	0.14	0.10	0.15
Mean Reaction Time (ms)	PLM	1854	1302	1289
	(SD)	351	271	300
	Control	2058	1722	1429
	(SD)	335	280	231

て高成績群（正答率75%以上）とそれ以外の低成績群に分けてこれらの成績向上量を集計し比較した。知覚学習条件では高成績群は9名、低成績群は4名、統制条件では高成績群は8名、低成績群は7名であった。その結果、反応時間の減少を指標とした場合に、事前テストと直後テストの間で、低成績群では反応時間の減少がみられたが、高成績群で反応時間は減少していなかった（Fig. 5a）。

この結果は、反応時間の変化量を従属変数、学習手続きの要因（知覚学習条件と統制条件）と事前テストにおける成績の要因（高成績群と低成績群）を被験者間要因とする分散分析によって支持された。すなわち、事前テストの成績の効果（ $F(1,24) = 7.33, p < .05, \eta^2_p = 0.23$ ）と、学習手続きと事前テスト成績の交互作用（ $F(1,24) = 4.89, p < .05, \eta^2_p = 0.17$ ）は有意であったが、学習手続きの効果は有意ではなかった（ $F(1,24) = 1.70, p > .05, \eta^2_p = 0.07$ ）。事前テストと遅延事後テストの間では事前テストの低成績群で反応時間の減少は有意に認められた（ $F(1,24) = 7.37, p < .05, \eta^2_p = 0.24$ ）が、学習手続きの効果、および学習手続きと事前テスト成績の交互作用は認められなかった（ $F(1,24) < 1, \eta^2_p = 0.02; F(1,24) = 3.94, p > .05, \eta^2_p = 0.14$ ）（Fig. 5b）。

知覚学習による分数の心的表象の精度向上

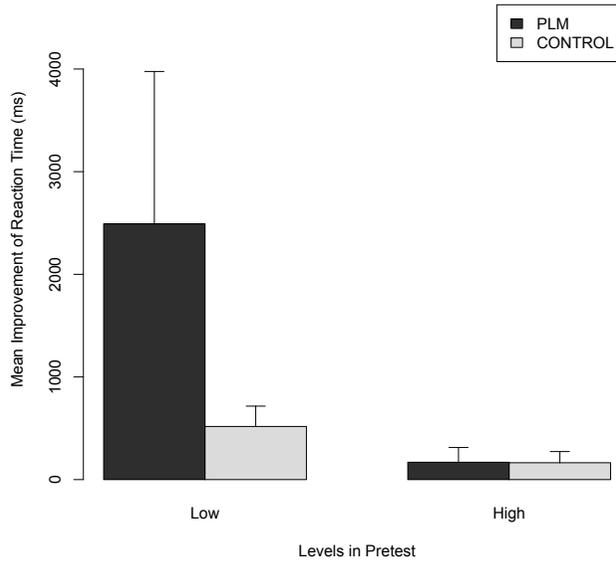


Fig. 5a Mean improvement of reaction time (ms) from Pretest to Posttest in PLM and Control condition. Error bars show 1 Standard Errors.

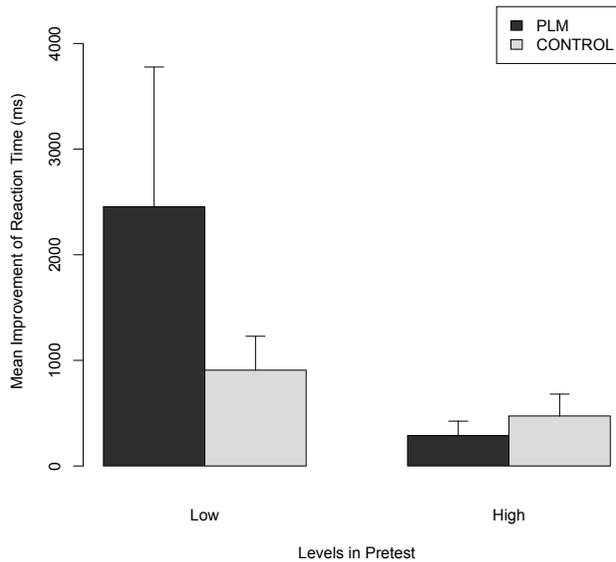


Fig. 5b Mean improvement of reaction time (ms) from Pretest to Delayed Posttest in PLM and Control condition. Error bars show 1 Standard Errors.

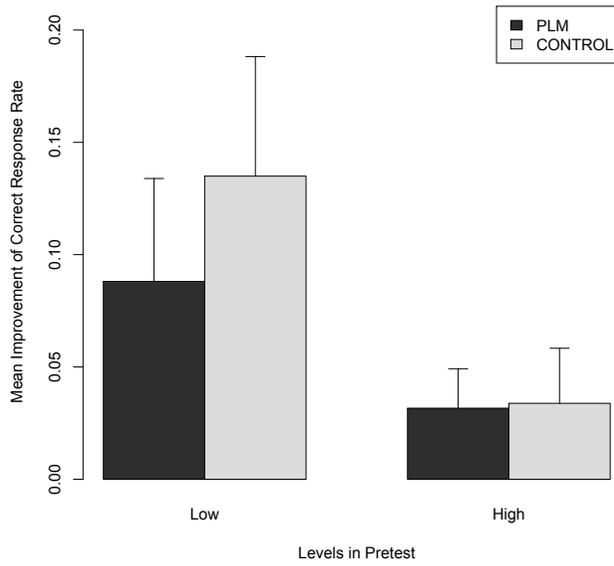


Fig. 6a Mean improvement of correct response rate from Pretest to Posttest in PLM and Control condition. Error bars show 1 Standard Errors.

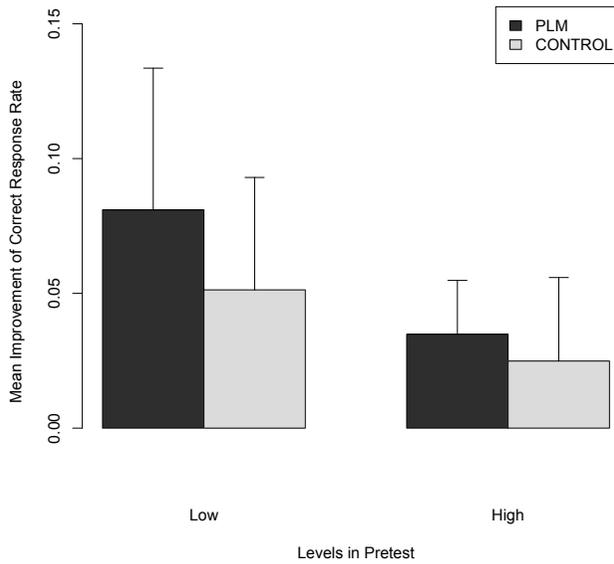


Fig. 6b Mean improvement of correct response rate from Pretest to Delayed Posttest in PLM and Control condition. Error bars show 1 Standard Errors.

一方、正答率の増加を従属変数とした分析では、事前テストと直後テストの間、事前テストと遅延事後テストの間のいずれにおいても、知覚学習手続きの効果は見られなかった（直後テスト： $F(1,24) < 1$, $\eta^2_p = 0.03$; 遅延事後テスト： $F(1,24) < 1$, $\eta^2_p = 0.01$ ）（Fig. 6a, 6b）。事前テストの成績よる違いは、直後テストとの間の正答率の増加量において認められ（ $F(1,24) = 5.26$, $p < .05$, $\eta^2_p = 0.18$ ）、低成績群が高成績群よりも正答率の増加が認められた（Fig. 6a）。遅延事後テストとの間の正答率の変化には、事前テストの効果は認められなかった（ $F(1,24) = 1.00$, $p > .05$, $\eta^2_p = 0.04$ ）。学習手続きと事前テスト成績の交互作用は、直後、遅延テストのいずれにおいても認められなかった（ $F(1,24) < 1$, $\eta^2_p = 0.02$; $F(1,24) < 1$, $\eta^2_p < 0.01$ ）

考 察

本研究は、分数の数字表現と視覚的・空間的表現の間のマッピングの反復という知覚学習が、分数の表象の精度を上昇させ、分数の大小比較における距離効果を促進する、という仮説を検証した。実験の結果、分数間の大小比較に要する反応時間を基準変数とし、分数間の距離の対数を説明変数とする事前、直後、遅延事後の各テスト別の回帰分析では、事前テストと事後（直後、遅延）テストの間で知覚学習条件において決定係数が上昇し、統制条件では上昇が見られなかった。この結果は、知覚学習によって分数の大小比較の距離効果が促進されたことを示している。したがって、本実験における知覚学習手続きが、分数の表象の精度を向上させたことが示唆される。

さらに、本実験における知覚学習手続きが分数の大小判断の知覚的側面の学習を促進させたことは、事前テストと2つの事後テストの間での反応時間の変化量を従属変数とする分析においても示唆された。分析では、事前テストの成績によって高成績群と低成績群に分けて反応時間の減少量が比較された。その結果、低成績群において事前テストから直後テストへと反応時間の減少が見られ、また事前テストから1週間後の遅延事後テストにおいても同様の傾向が見られた。高成績群においては反応時間の減少は認められなかった。

以上の結果から、学習者が分数の数字表記から空間的な表象を生成し、その表象において分数間の大小関係がそれらの間隔距離の対数に比例する形式で表現されていることが示唆された。したがって、分数の心的表象がその大きさを心的数線に類似する形式で表現し、その大小比較の反応時間が分数の大きさの差の対数に比例して減少するという距離効果が認められたといえる。この結果は、Schneider & Siegler (2010) の結果と一致するものであり、分数の心的表象が自然数と同じように視覚的、空間的な表現形式をもつとする仮説を支持している。

さらに、本実験における知覚学習手続きによって、分数の大小関係がより高い精度で距離の対数へと変換されることが示された。この結果は、これまでの研究 (Kellman, Massey, & Son, 2010) で示されてきたように、比率や関数の視覚的・空間的表現への変換を反復経験することで数学的な理解の知覚的側面の学習が可能であるという仮説を支持するものである。本実験は、分数という基本的な数学的表現形式をグラフ表現という視覚的表現に反復して変換する学習が、分数の大小関係の判断という認知課題の速度を上昇させることを明らかにした。特に、事前テストにおいて低成績であった学習者において、知覚学習手続きによる反応時間の減少が認められたことは、本実験における PLM 手続きが分数の学習に有効であることを示していると言える。

一方、正答率を従属変数とする分析では知覚学習手続きの効果は認められなかった。ただし、学習手続きに関わらず、低成績群で高成績群よりも直後テストで正答率の増加が認められた。この結果は、反応時間の結果と比較すると、本実験における知覚学習手続きが分数の大小判断の流暢さ (fluency) に作用しており、正確さ (accuracy) を必ずしも上昇させていなかったことを示している。知覚学習は一般に2つの情報抽出過程において成立すると考えられる (Kellman & Massey, 2013)。1つは、課題に適切な情報の選択的な抽出が可能となる発見効果 (discovery effects) であり、もう一つは関連する情報をより速く、低い認知的負荷で抽出する流暢性効果 (fluency effects) である。発見効果は課題の正答率に影響し、流暢性効果は反応時間に関わると考えられる。したがって本実験の結果は、PLM 手続きによって学習者がより速く分数の量的な情報を抽出することが可能になることを示唆している。特に、反応時間の減少が事前テストの低成績群で顕著であったことから、PLM 手続きは分数の量的判断の正確さが低い場合に有効であると考えられる。

知覚学習のテクノロジー

本実験は、これまで我々が検討してきた知覚学習手続き (PLM) (Kellman, et al., 2008; Thai, et al., 2011; Unuma, et al., 2012) が分数の知覚においても有効であることを示している。同時に、この手続きが知覚学習の一般的な過程に作用することによって、パターン認知としての知覚をより効率的で正確に変容させることが示唆されている。PLM の特徴は、多数の事例を分類判断することで、比較的短期間にパターン認知としての知覚を変容させることである (詳しくは、鶴沼・長谷川 (2013) において議論されている)。すでに、医学教育におけるレントゲン画像の診断 (Kellman, 2013)、生物の形態の識別 (Mettler & Kellman, 2014)、欧米人による漢字の識別 (Thai, Mettler, & Kellman, 2011) などで PLM の応用が試みられて成果をあげ

ている。

知覚学習の手続きとしての PLM が課題としてもつ特性は、(1) 対象の構造についての情報を抽出させること、(2) 課題解決自体は行わないこと（本実験では分数の計算は行わない）、(3) 変化する事例を多数分類すること、(4) 比較的短期間に学習が終了すること、そして、(5) 課題自体が認知的に容易であること（本実験では分数とグラフとのマッピング）、である（鶴沼・長谷川（2013））。これらの特性をもつ課題によって学習の効果が、学習材料とは異なる課題に転移することが期待できる。本実験では、テスト課題は、2つの分数の大小判断であり、PLM の手続きとは関係がない。すなわち、PLM における学習は材料の構造的情報の抽出のみ（本実験では、分数の大きさのグラフへの変換）であり、この知覚的側面の学習が、より高次の認知的課題（複数の分数の大小判断）に転移したといえる。これは、高次の認知的な課題解決における知覚的側面の学習の効果を明らかにしている。

分数についての知覚学習の意義

近年、分数の理解は数学の一般的な知識と学習と関連することが指摘されてきた（Siegler, et al. 2011）。本研究は、分数の理解における知覚的側面に焦点をあて、その学習の可能性を検討した。本実験の結果が示唆したように、知覚学習手続きによって分数の理解が促進されたことは、さらに数学の一般的な学習や知識の獲得においても本研究の知覚学習手続きが有効である可能性がある。その際、数学的学習における知覚学習の側面の変容が、学習者の概念的知識や手続き的知識という問題解決スキルと相互に作用しながら進行すると考えることができる（鶴沼・長谷川, 2013）。数学のような複雑な課題においては、知覚的側面と高次の認知過程が相互に補完しながら重要な役割を果たすことが指摘されている（Goldstone, Landy, & Son, 2008）。

今後、分数の知覚という基礎的な情報処理活動と、一般的な数学の理解、学習の関係がさらに検討されれば、数学教育における具体的な教授方法の開発に大きく貢献することができるであろう。われわれの研究室ではすでに大学教育において、分数などの基礎的理解と学修達成の関係についての検討を始めている。これらの研究から、分数や比率関係の空間的表現への変換という心的操作が、数学的知識の獲得にどのように関係するのか、について現実の教育場面に即した理解が深められることが期待される。また、本研究が検討した知覚学習の具体的なテクノロジーの妥当性が、教育現場で実践的に検証されることが望まれる。

注

1. 本研究の一部は、日本心理学会第78回大会（2014）において発表された。

引用文献

- Ahissar, M., & Hochstein, S. (2004). The reverse hierarchy theory of visual perceptual learning. *Trends in cognitive sciences*, 8 (10), 457–64.
- Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nature Reviews Neuroscience*, 9, 278–291.
- Bonato, M., Fabbri, S., Umilta, C., & Zorzi, M. (2007). The mental representation of numerical fractions: Real or integer? *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 33, 1410–1419.
- Booth, Dehaene, S., Dupoux, E., & Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 16, 626–641.
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8, 307–314
- Geary, D. C. (2005). *The origin of mind: Evolution of brain, cognition, and general intelligence*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Gelman, R. (1991). Epigenetic foundations of knowledge structures: Initial and transcendent constructions. In S. Carey & R. Gelman (Eds.), *The epigenesis of mind: Essays on biology and cognition* (pp. 293–322). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Goldstone, R., Landy, D., & Son, J. Y. (2008). A well grounded education: The role of perception in science and mathematics. In M. de Vega, A. Glenberg, & A. Graesser (Eds.), *Symbols, embodiment, and meaning*. (pp. 327–356). Oxford Press.
- Izard, V., & Dehaene, S. (2008). Calibrating the mental number line. *Cognition*, 106, 1221–1247.
- Kellman, P. J. (2013). Adaptive and perceptual learning technologies in medical education and training. *Military Medicine*, 178 (10 Suppl), 98–106. doi:10.7205/MILMED-D-13-00218
- Kellman, P. J., & Garrigan, P. (2009). Perceptual learning and human expertise. *Physics of life reviews*, 6, 53–84.
- Kellman, P. J., & Massey, C. M. (2013). Perceptual Learning, Cognition, and Expertise. In *Psychology of Learning and Motivation, Volume 58* (Vol. 58, pp. 117–165). doi:10.1016/B978-0-12-407237-4.00004-9
- Kellman, P. J., Massey, C., Roth, Z., Burke, T., Zucker, J., Saw, A., Aguero, K. E., & Wise, J. A. (2008). Perceptual learning and the technology of expertise: Studies in fraction learning and algebra. *Pragmatics & Cognition*, 16 (2), 356–405.
- Kellman, P. J., Massey, C. M., & Son, J. Y. (2010). Perceptual Learning Modules in Mathematics: Enhancing Students' Pattern Recognition, Structure Extraction, and Fluency. *Topics in Cognitive Science*, 2 (2), 285–305.
- Mettler, E., & Kellman, P. J. (2014). Adaptive response-time-based category sequencing in perceptual

- learning. *Vision Research*, 99, 111–23. doi:10.1016/j.visres.2013.12.009
- Petrov, A. A., Doshier, B. A., & Lu, Z.-L. (2005). The dynamics of perceptual learning: an incremental reweighting model. *Psychological review*, 112 (4), 715–43.
- Sagi, D., & Tanne, D. (1994). Perceptual learning: learning to see. *Current opinion in neurobiology*, 4 (2), 195–9.
- Schneider, M., & Siegler, R. S. (2010). Representations of the magnitudes of fractions. *Journal of Experimental Psychology. Human Perception and Performance*, 36 (5), 1227–38. doi:10.1037/a0018170
- Siegler, R. S., Thompson, C. a, & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, 62 (4), 273–96. doi:10.1016/j.cogpsych.2011.03.001
- Thai, K., Mettler, E., & Kellman, P. (2011). Basic Information Processing Effects from Perceptual Learning in Complex, Real-World Domains. In L. Carlson, C. Holscher, & T. Shipley (Eds.), *Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Cognitive Science Society*. Boston, MA: Cognitive Science Society. (Vol. 11, pp. 555–560).
- 鵜沼秀行・長谷川桐 (2013). 知覚学習における介入効果の測定とその方法論的問題 川村学園女子大学研究紀要, 24 (1), 65–78.
- Unuma, H., Hasegawa, H., & Kellman, P. J. (2012). Perceptual learning in jigsaw puzzle, *Journal of Vision*, 12 (9), 688. doi: 10.1167/12.9.688
- 鵜沼秀行・長谷川桐・Kellman, P. J. (2014). 知覚学習による分数の表象の精緻化 日本心理学会第 78 回大会 発表論文集